

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

**Mathématiques**  
**Niveau supérieur**  
**Épreuve 3 – analyse**

Mercredi 15 mai 2019 (matin)

1 heure

---

**Instructions destinées aux candidats**

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Répondez à toutes les questions.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour les cours de mathématiques NS et de mathématiques complémentaires NS** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[50 points]**.

Veillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 7]

Un modèle simple pour prédire la population mondiale est établi de la façon suivante. Au temps  $t$  années, la population mondiale est  $x$  et peut être supposée comme étant une variable continue. Le taux d'augmentation de  $x$  dû aux naissances est de  $0,056x$  et le taux de diminution de  $x$  dû aux décès est de  $0,035x$ .

(a) Montrez que  $\frac{dx}{dt} = 0,021x$ . [1]

(b) Trouvez une prédiction pour le nombre d'années que cela prendra pour que la population mondiale double. [6]

2. [Note maximale : 9]

(a) Montrez que  $1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots = \frac{1}{1+x^2}$ , où  $|x| < 1$ . [1]

(b) À partir de là, écrivez les quatre premiers termes non nuls de la série entière pour  $f(x) = \frac{1}{1+4x^2}$ . [2]

(c) En utilisant le résultat de (b), trouvez les quatre premiers termes non nuls de la série entière pour  $f(x) = \arctan 2x$ . [6]

3. [Note maximale : 9]

Considérez la série  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A \times 8^n}{3^{2n+1}}$ .

(a) Étant donné que  $A = \frac{1}{n}$ , utilisez le critère de comparaison pour montrer que la série converge. [4]

(b) Étant donné que  $A = n$ , déterminez si la série diverge ou converge. [5]

4. [Note maximale : 9]

En utilisant la règle de L'Hôpital, trouvez  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 3x - 3 \tan x}{\sin 3x - 3 \sin x} \right)$ . [9]

5. [Note maximale : 16]

Considérez l'équation différentielle  $2xy \frac{dy}{dx} = y^2 - x^2$ , où  $x > 0$ .

(a) Résolvez l'équation différentielle et montrez qu'une solution générale est  $x^2 + y^2 = cx$ , où  $c$  est une constante positive. [11]

(b) Prouvez qu'il y a deux tangentes horizontales à la courbe correspondant à la solution générale et indiquez leurs équations, en fonction de  $c$ . [5]

---